

Câu 1: Tìm số nghiệm nguyên dương của phương trình

$$\sin \left[\frac{\pi}{4} \left(3x - \sqrt{9x^2 - 16x - 80} \right) \right] = 0$$

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 2: Cho hàm số $f : (0; +\pi) \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện

$$f(\tan 2x) = \tan^4 x + \frac{1}{\tan^4 x} \quad \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{4} \right).$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của $f(\sin x) + f(\cos x)$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2} \right)$

A. 196

B. 1

C. 169

D. 196π

Câu 3: Giải vô địch bóng đá Quốc gia có 14 đội tham gia thi đấu vòng tròn 1 lượt, biết rằng trong 1 trận đấu: đội thắng được 3 điểm, hòa 1 điểm, thua 0 điểm và có 23 trận hòa. Tính số điểm trung bình của 1 trận trong toàn giải.

A. 250

B. 91

C. $\frac{250}{91}$

D. $\frac{250}{90}$

Câu 4: Cho 8 quả cân có khối lượng lần lượt là 1 kg; 2 kg; ...; 8 kg. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cân. Tính xác suất để trọng lượng quả cân được chọn không quá 9 kg

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{1}{8}$

Câu 5: Khai triển và rút gọn biểu thức $1 - x + 2(1 - x)^2 + \dots + n(1 - x)^n$ thu được đa thức

$$P(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n. \text{ Tính hệ số } a_8 \text{ biết rằng } n \text{ là số nguyên dương thỏa mãn } \frac{1}{C_n^2} + \frac{7}{C_n^3} = \frac{1}{n}$$

A. 79

B. 99

C. 89

D. 97

Câu 6: Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\cos \left(\pi n \sqrt[3]{n^3 + 3n^2 + n + 1} \right) + \sin \left(\pi n \sqrt[3]{n^3 + 3n^2 + n + 1} \right) \right]$

A. $-\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$

B. 1

C. $\sqrt{3}$

D. 0

Câu 7: Cho a, b là hai số thực thỏa mãn điều kiện $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\sqrt{4x^2 + 4x + 3} - (ax + b) \right] = 0$. Tính

$$(a - 2b)^{2018} \left(3a^2 + \sqrt[3]{ab} + b\sqrt[5]{a} \right)$$

A. 0

B. 1

C. 2^{2018}

D. -1

Câu 8: Cho biết tập nghiệm của bất phương trình sau đây là hợp của các khoảng rời nhau

$$\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} + \dots + \frac{70}{x-70} \geq \frac{5}{4}$$

Tính tổng độ dài các khoảng nghiệm

- A. 70 B. 4 C. 5 D. 1988

Câu 9: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 - mx - 2018$. Tìm m để $f'(x) < 0, \forall x \in (0; 2)$

- A. $m < 4$ B. $m > 4$ C. $m \leq 4$ D. $m \geq 4$

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy hai đường tròn

$$(C_1): x^2 + y^2 - 6x - 4y - 3 = 0; (C_2): x^2 + y^2 = 4$$

Xác định vector tịnh tiến $\vec{u}$ trong phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$ biến (C_1) thành (C_2)

- A. $\vec{u} = (2; 3)$ B. $\vec{u} = (3; 2)$ C. $\vec{u} = (-2; -3)$ D. $\vec{u} = (2; -3)$

Câu 11: Tính giá trị của m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + |m|$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài $l = 1$

- A. $m = -\frac{9}{4}$ B. $m = \frac{9}{4}$ C. $m = 1$ D. $m = -1$

Câu 12: Tính giá trị của α để hàm số

$$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(\sin \alpha + \cos \alpha)x^2 + \frac{3}{4}(\sin 2\alpha)x + \cos(\alpha^2 + 2\alpha)$$

luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

- A. $\alpha \in \left[\frac{\pi}{12} + k\pi; \frac{5\pi}{12} + k\pi \right] (k \in \mathbb{Z})$ B. $\alpha \in \left[\frac{\pi}{12} + k2\pi; \frac{5\pi}{12} + k2\pi \right] (k \in \mathbb{Z})$
 C. $\alpha \in \left[\frac{\pi}{6} + k\pi; \frac{5\pi}{6} + k\pi \right] (k \in \mathbb{Z})$ D. $\alpha \in \left[\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi \right] (k \in \mathbb{Z})$

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = e^x + \frac{9}{e^x}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = \ln 9$
 B. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = \ln 9$
 C. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = \ln 3$
 D. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = \ln 3$

Câu 14: Tính giá trị của a để hàm số $y = \frac{a \sin x - \cos x - 1}{a \cos x}$ đạt cực trị tại ba điểm phân biệt thuộc

$$\left(0; \frac{9\pi}{4} \right)$$

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{2} < a < \frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $0 < a < \frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $-\sqrt{2} < a < \sqrt{2}$ D. $0 < a < \sqrt{2}$

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{3x+2}{x^2-4x+m}$ có đồ thị (C_m) . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. (C_m) có một tiệm cận ngang và hai tiệm cận đứng nếu $m < 4$
- B. (C_m) có một tiệm cận ngang và hai tiệm cận đứng nếu $m = 4$
- C. (C_m) luôn có hai tiệm cận đứng với mọi m
- D. (C_m) chỉ có một tiệm cận ngang nếu $m > 4$

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = \frac{x-m^2+m}{x+1}$. Tìm giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;1]$ bằng -2

- A. $m \in \{-1; 2\}$
- B. $m \in \{1; -2\}$
- C. $m \in \{1; 2\}$
- D. $m \in \{-1; -2\}$

Câu 17: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị là (C) . Gọi $d_1 d_2$ lần lượt là khoảng cách từ một điểm M tùy ý thuộc (C) đến hai tiệm cận của (C) . Tính tích $d_1 d_2$

- A. $d_1 d_2 = 2$
- B. $d_1 d_2 = 3$
- C. $d_1 d_2 = 4$
- D. $d_1 d_2 = 5$

Câu 18: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x+\sqrt{1+3x^2}}{2x^2+1}$ trên khoảng $(0; +\infty)$

- A. 1
- B. $\sqrt{6}$
- C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$

Câu 19: Tìm a để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 - 4$ cắt trục hoành tại một điểm duy nhất

- A. $a > 3$
- B. $a > -3$
- C. $a < 3$
- D. $a < -3$

Câu 20: Một công ty đang lập kế hoạch cải tiến sản phẩm và xác định rằng tổng chi phí dành cho việc cải tiến là $C(x) = 2x + 4 + \frac{2}{x-6}$ ($x > 6$) trong đó x là số sản phẩm được cải tiến. Tìm số sản phẩm mà công ty cần cải tiến để tổng chi phí là thấp nhất

- A. 10
- B. 9
- C. 8
- D. 7

Câu 21: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $x^2 \cdot 3^x - 3^{x+2} \leq 0$

- A. $S = [-3; 3]$
- B. $S = (-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$
- C. $S = (-\infty; 3]$
- D. $S = [3; +\infty)$

Câu 22: Giả sử M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên đoạn $[1; e^3]$. Tính

giá trị của $Q = \sqrt{e^2(M+m)}$

- A. $Q = 1$
- B. $Q = 2$
- C. $Q = e$
- D. $Q = 2e$

Câu 23: Cho $0 < a \neq 1$ và $b > 0$. Xét hai mệnh đề sau:

(I). " $\forall n \in \mathbb{N}; k = a \cdot a^2 \cdot a^3 \dots a^n \Rightarrow \log_a k = \frac{n^2 + n}{2}$ ".

(II). $\frac{\log_a + \log_b}{2} > \log \frac{a+b}{2}$

Mệnh đề nào đúng?

- A. Chỉ (I) B. Chỉ (II) C. Cả hai sai D. Cả hai đúng

Câu 24: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = a^{(\log_3 7)^2} + b^{(\log_7 11)^2} + c^{(\log_{11} 25)^2}$$

- A. $T = 496$ B. $T = 649$ C. $T = 469$ D. $T = 694$

Câu 25: Tính giá trị của biểu thức : $K = \left(a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}\right) \left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right) \left(a^{\frac{1}{3}} - a^{-\frac{1}{6}} b^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{3}}\right)$ với $a, b > 0$

- A. $K = a + b$ B. $K = a - b$ C. $K = \frac{1+ab}{a}$ D. $K = \frac{1-ab}{a}$

Câu 26: Cho dãy số $\{x_n\}$ xác định bởi công thức $x_n = \frac{1}{\log_n 2010}$ với $n = 2, 3, 4, \dots$ Đặt

$$a = x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{24}; b = x_{63} + x_{64} + x_{65} + x_{66} + x_{67}. \text{ Tính } b - a$$

- A. 0 B. 1 C. 2010 D. -2010

Câu 27: Cho $a, b > 0$ thỏa $9a^2 + b = 10ab$. Hãy chọn đẳng thức đúng

- A. $\log\left(\frac{a+b}{4}\right) = \frac{\log a + \log b}{2}$ B. $\log\left(\frac{3a+b}{4}\right) = \frac{\log a + \log b}{2}$
C. $\log\left(\frac{a+b}{2}\right) = \log a + \log b$ D. $\log\left(\frac{3a+b}{4}\right) = \log a + \log b$

Câu 28: Cường độ ánh sáng đi qua một môi trường khác không khí, chẳng hạn như nước, sương mù, ... sẽ giảm dần tùy theo độ dày của môi trường và một hằng số μ gọi là khả năng hấp thụ tùy thuộc môi trường theo công thức sau $I = I_0 e^{-\mu x}$ với x là độ dày của môi trường đó, tính bằng mét. Biết rằng nước biển có $\mu = 1,4$. Tính cường độ ánh sáng giảm đi từ 2 m xuống đến 10m

- A. $8,7947 \cdot 10^{10}$ lần B. $8,7497 \cdot 10^{10}$ lần C. $8,7794 \cdot 10^{10}$ lần D. $8,7479 \cdot 10^{10}$ lần

Câu 29: Giả sử tích phân $I = \int_{\frac{3\pi}{4}}^{\pi} \frac{\tan^2 x - \tan x}{e^x} dx = e^{-k\pi}$. Tính giá trị của k

- A. -1 B. 1 C. 0 D. $-\frac{1}{2}$

Câu 30: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 + x + 1}$

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + C$

B. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + C$

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + C$

D. $F(x) = -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + C$

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(-x) + 2f(x) = \cos x$. Tính tích phân

$$I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$$

A. $I = \frac{1}{3}$

B. $I = \frac{2}{3}$

C. $I = \pi$

D. $I = 2\pi$

Câu 32: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (\sqrt{x} + 1)\ln x$; các đường thẳng $x = 1, x = e^2$ và trục hoành

A. $\frac{8e^3 - 9e^2 + 13}{9}$

B. $\frac{8e^3 - 9e^2 + 13}{3}$

C. $\frac{8e^3 + 9e^2 + 13}{3}$

D. $\frac{8e^3 + 9e^2 + 13}{9}$

Câu 33: Tính thể tích V của vật thể sinh ra bởi phép quay quanh trục Ox của hình (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\log_2 x}; x + y - 3 = 0; y = 0$

A. $V = \pi \left[\frac{1}{3} + \log_2 e (2 \ln 2 - 1) \right]$

B. $V = \pi \left[\frac{1}{3} + \log_2 e (2 \ln 2 + 1) \right]$

C. $V = \pi \left[\frac{1}{3} - \log_2 e (2 \ln 2 - 1) \right]$

D. $V = \pi \left[\frac{1}{3} - \log_2 e (2 \ln 2 + 1) \right]$

Câu 34: Cho số thực $a \geq \ln 2$. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow \ln 2} \int_a^{\ln 10} \frac{e^x}{\sqrt[3]{e^x - 2}}$

A. $L = \ln 6$

B. $L = \ln 2$

C. $L = 6$

D. $L = 2$

Câu 35: Vận tốc của một vật chuyển động là $v(t) = \frac{1}{2\pi} + \frac{\sin(\pi t)}{\pi}$ (m/s). Tính quãng đường di chuyển của vật đó trong khoảng thời gian 1,5 giây (làm tròn đến kết quả hàng phần trăm)

A. 0,37 m

B. 0,36 m

C. 0,35 m

D. 0,34 m

Câu 36: Tìm tập hợp điểm M mà tọa độ phức của nó thỏa mãn điều kiện: $|\bar{z} - 2 + i| = 1$

A. Đường tròn tâm $I(1; 2)$ bán kính $R = 1$

B. Đường tròn tâm $I(-1; 2)$ bán kính $R = 1$

C. Đường tròn tâm $I(2; 1)$ bán kính $R = 1$

D. Đường tròn tâm $I(2; -1)$ bán kính $R = 1$

Câu 37: Cho hai số phức z_1, z_2 . Đặt $u = z_1 + z_2; v = z_1 - z_2$. Hãy lựa chọn phương án đúng.

A. $|u| = |z_1| + |z_2|$

B. $|u| = |z_1| - |z_2|$

C. $|u + v| > |u - v|$

D. $|u| \leq |z_1| + |z_2|; |v| \geq |z_1| - |z_2|$

Câu 38: Xét số phức: $z = \frac{i - m}{1 - m(m - 2i)}$. Tìm m để $z \cdot \bar{z} = \frac{1}{2}$

A. $m = 0$

B. $m = -1$

C. $m = \pm 1$

D. $m = \pm \frac{1}{2}$

Câu 39: Cho $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2021}$. Tính $M = z^k + z^{k+1} + z^{k+2} + z^{k+3}, k \in \mathbb{N}^*$

A. $M = 0$

B. $M = 1$

C. $M = 2021$

D. $M = 2021i$

Câu 40: Một hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , góc $BAD = 60^\circ$, cạnh bên hợp với đáy góc 45° sao cho A' chiếu xuống mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm O của hai đường chéo mặt đáy. Tính thể tích hình hộp.

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$

B. $V = \frac{3a^3}{4}$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

D. $V = \frac{a^3}{4}$

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD ; H là giao điểm của CN và DM . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.CDNM$ theo a :

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{24}a^3$

B. $V = \frac{5\sqrt{3}}{24}a^3$

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$

D. $V = \frac{5\sqrt{3}}{12}a^3$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B ; $AB = BC = a$; $AD = 2a$; $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là trung điểm AD . Tính theo a thể tích V khối chóp $S.MCD$ và khoảng cách d giữa hai đường thẳng SM và BD

A. $\begin{cases} V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6} \\ d = \frac{a\sqrt{22}}{11} \end{cases}$

B. $\begin{cases} V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6} \\ d = \frac{a\sqrt{22}}{11} \end{cases}$

C. $\begin{cases} V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6} \\ d = \frac{a\sqrt{22}}{22} \end{cases}$

D. $\begin{cases} V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6} \\ d = \frac{a\sqrt{22}}{22} \end{cases}$

Câu 43: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 3, AC = 4$. Quay tam giác quanh AB ta được hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh S_1 và quay tam giác quanh AC ta thu được hình nón xoay có diện tích xung quanh S_2 . Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{3}{5}$

Câu 44: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB = \frac{4}{\sqrt{3}}, AD = 1$. Lấy điểm M trên CD sao cho $MD = \sqrt{3}$.

Cho hình vẽ quay quanh AB , tam giác MAB tạo thành vật tròn xoay gồm 2 hình nón chung đáy. Tính diện tích toàn phần của vật tròn xoay này.

A. $S = 2\pi$

B. $S = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}$

C. $S = 2\pi \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

D. $S = \pi \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

Câu 45: Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh a . Tỉ số thể tích của hai hình nón cùng đỉnh S , đáy lần lượt là hai đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp tam giác ABC là:

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{3}$

D. Tỉ số khác

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + y - z = 0, (\beta): x - 2y - 2z = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm thuộc (α) , bán kính bằng 3 và tiếp xúc với (β) tại M biết điểm $M \in (Oxz)$

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9; (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9; (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9; (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9$

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9; (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;0;0), B(0;3;0)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) biết $C \in (S)$ và $ACB = 45^\circ$

A. $z-3=0$

B. $x-3=0$

C. $y-3=0$

D. $x+y+z-3=0$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ với $A(3;0;0), B(0;3;0)$ và $C \in Oz$. Tìm tọa độ của điểm biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng 9

A. $S(3;3;3), S(-1;-1;-1)$

B. $S(3;3;3), S(1;1;1)$

C. $S(-3;-3;-3), S(-1;-1;-1)$

D. $S(-3;-3;-3), S(1;1;1)$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1;7;-1), B(4;2;0)$. Lập phương trình đường thẳng d là hình chiếu vuông góc của đường thẳng AB lên mặt phẳng (P) .

$$\text{A. } \begin{cases} x = 3 - 4s \\ y = 3s \\ z = -2 + s \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 3 - 4s \\ y = 3s \\ z = 2 - s \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 3 - 4s \\ y = 3s \\ z = 2 + s \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 3 - 4s \\ y = -3s \\ z = 2 + s \end{cases}$$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(5;3;1), B(4;-1;3), C(-6;2;4), D(2;1;7)$. Tìm tập hợp các điểm M sao cho $\left| 3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} \right| = \left| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} \right|$

$$\text{A. } \left(x + \frac{8}{3} \right)^2 + \left(y - \frac{10}{3} \right)^2 + \left(z - \frac{1}{3} \right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\text{B. } \left(x - \frac{8}{3} \right)^2 + \left(y - \frac{10}{3} \right)^2 + \left(z - \frac{1}{3} \right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\text{C. } \left(x - \frac{8}{3} \right)^2 + \left(y - \frac{10}{3} \right)^2 + \left(z + \frac{1}{3} \right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\text{D. } \left(x + \frac{8}{3} \right)^2 + \left(y + \frac{10}{3} \right)^2 + \left(z - \frac{1}{3} \right)^2 = \frac{1}{9}$$

.....Hết.....